## Решение транспортной задачи линейного программирования. Метод северо-западного угла (фиктивный поставщик)

**Задача:**

Стоимость доставки единицы продукции от поставщика к потребителю располагается в правом нижнем углу ячейки.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | 4 | 5 | 3 | 6 | 30 |
| A 2 | 7 | 2 | 1 | 5 | 25 |
| A 3 | 6 | 1 | 4 | 2 | 20 |
| Потребность | 20 | 15 | 25 | 20 |  |

Требуется составить план перевозок, при котором общая стоимость доставки продукции будет наименьшей.

**Решение:**

**Для решения задачи необходимо выполнение следующего условия:  
cуммарные запасы продукции у поставщиков должны равняться суммарной потребности потребителей.**  
Проверим.  
Запасы поставщиков: 30 + 25 + 20 = 75 единиц продукции.  
Потребность потребителей: 20 + 15 + 25 + 20 = 80 единиц продукции.

Разница в 5 единиц продукции.  
Введем в рассмотрение фиктивного поставщика A4, с запасом продукции равным 5 единиц.  
Стоимость доставки единицы продукции от поставщика A4 ко всем потребителям примем равной нулю (см. таблицу ниже).  
Теперь суммарные запасы продукции у поставщиков равны суммарной потребности потребителей.

**Для решения задачи необходимо выполнение следующего условия:  
количество задействованных маршрутов = количество поставщиков + количество потребителей - 1.**  
Поэтому если возникнет ситуация, в которой будет необходимо исключить столбец и строку одновременно, мы исключим что-то одно.

Начинаем заполнять таблицу от левого верхнего угла и постепенно "двигаемся" к правому нижнему.  
От северо-запада к юго-востоку.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **?**  4 | 5 | 3 | 6 | 30 |
| A 2 | 7 | 2 | 1 | 5 | 25 |
| A 3 | 6 | 1 | 4 | 2 | 20 |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| Потребность | 20 | 15 | 25 | 20 |  |

20 = min { 20, 30 }

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **20**  4 | **?**  5 | 3 | 6 | ~~30~~   10 |
| A 2 | 7 | 2 | 1 | 5 | 25 |
| A 3 | 6 | 1 | 4 | 2 | 20 |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| Потребность | ~~20~~ нет | 15 | 25 | 20 |  |

10 = min { 15, 10 }

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **20**  4 | **10**  5 | 3 | 6 | ~~30~~   ~~10~~   нет |
| A 2 | 7 | **?**  2 | 1 | 5 | 25 |
| A 3 | 6 | 1 | 4 | 2 | 20 |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| Потребность | ~~20~~ нет | ~~15~~ 5 | 25 | 20 |  |

5 = min { 5, 25 }

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **20**  4 | **10**  5 | 3 | 6 | ~~30~~   ~~10~~   нет |
| A 2 | 7 | **5**  2 | **?**  1 | 5 | ~~25~~   20 |
| A 3 | 6 | 1 | 4 | 2 | 20 |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| Потребность | ~~20~~ нет | ~~15~~ ~~5~~ нет | 25 | 20 |  |

20 = min { 25, 20 }

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **20**  4 | **10**  5 | 3 | 6 | ~~30~~   ~~10~~   нет |
| A 2 | 7 | **5**  2 | **20**  1 | 5 | ~~25~~   ~~20~~   нет |
| A 3 | 6 | 1 | **?**  4 | 2 | 20 |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| Потребность | ~~20~~ нет | ~~15~~ ~~5~~ нет | ~~25~~ 5 | 20 |  |

5 = min { 5, 20 }

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **20**  4 | **10**  5 | 3 | 6 | ~~30~~   ~~10~~   нет |
| A 2 | 7 | **5**  2 | **20**  1 | 5 | ~~25~~   ~~20~~   нет |
| A 3 | 6 | 1 | **5**  4 | **?**  2 | ~~20~~   15 |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| Потребность | ~~20~~ нет | ~~15~~ ~~5~~ нет | ~~25~~ ~~5~~ нет | 20 |  |

15 = min { 20, 15 }

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **20**  4 | **10**  5 | 3 | 6 | ~~30~~   ~~10~~   нет |
| A 2 | 7 | **5**  2 | **20**  1 | 5 | ~~25~~   ~~20~~   нет |
| A 3 | 6 | 1 | **5**  4 | **15**  2 | ~~20~~   ~~15~~   нет |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | **?**  0 | 5 |
| Потребность | ~~20~~ нет | ~~15~~ ~~5~~ нет | ~~25~~ ~~5~~ нет | ~~20~~ 5 |  |

5 = min { 5, 5 }

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **20**  4 | **10**  5 | 3 | 6 | ~~30~~   ~~10~~   нет |
| A 2 | 7 | **5**  2 | **20**  1 | 5 | ~~25~~   ~~20~~   нет |
| A 3 | 6 | 1 | **5**  4 | **15**  2 | ~~20~~   ~~15~~   нет |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | **5**  0 | ~~5~~   нет |
| Потребность | ~~20~~ нет | ~~15~~ ~~5~~ нет | ~~25~~ ~~5~~ нет | ~~20~~ ~~5~~ нет |  |

Стоимость доставки продукции, для начального решения, не сложно посчитать.

20\*4 + 10\*5 + 5\*2 + 20\*1 + 5\*4 + 15\*2 + 5\*0 = 210 ден. ед.

Полученное решение является оптимальным?

Проверим.

Каждому поставщику A i ставим в соответствие некоторое число U i , называемое потенциалом поставщика.  
Каждому потребителю B j ставим в соответствие некоторое число V j , называемое потенциалом потребителя.

**Для задействованного маршрута:  
потенциал поставщика + потенциал потребителя = тариф задействованного маршрута.**  
Последовательно найдем значения потенциалов.  
Значение одного потенциала необходимо задать. Пусть u1 = 0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  | | --- | --- | --- | | A1B1 : | v1 + u1 = 4 | v1 = 4 - 0 = 4 | | A1B2 : | v2 + u1 = 5 | v2 = 5 - 0 = 5 | | A2B2 : | v2 + u2 = 2 | u2 = 2 - 5 = -3 | | A2B3 : | v3 + u2 = 1 | v3 = 1 - (-3) = 4 | | A3B3 : | v3 + u3 = 4 | u3 = 4 - 4 = 0 | | A3B4 : | v4 + u3 = 2 | v4 = 2 - 0 = 2 | | A4B4 : | v4 + u4 = 0 | u4 = 0 - 2 = -2 |   [Подробнее о нахождении потенциалов](http://reshmat.ru/potential.html?sizeA=4&sizeB=4&plan11=20&plan12=10&plan13=-1&plan14=-1&plan21=-1&plan22=5&plan23=20&plan24=-1&plan31=-1&plan32=-1&plan33=5&plan34=15&plan41=-1&plan42=-1&plan43=-1&plan44=5&c11=4&c12=5&c13=3&c14=6&c21=7&c22=2&c23=1&c24=5&c31=6&c32=1&c33=4&c34=2&c41=0&c42=0&c43=0&c44=0) | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Поставщик | Потребитель | | | | U | | B 1 | B 2 | B 3 | B 4 | | A 1 | **20**  4 | **10**  5 | 3 | 6 | u1 = 0 | | A 2 | 7 | **5**  2 | **20**  1 | 5 | u2 = -3 | | A 3 | 6 | 1 | **5**  4 | **15**  2 | u3 = 0 | | A 4 | 0 | 0 | 0 | **5**  0 | u4 = -2 | | V | v1 = 4 | v2 = 5 | v3 = 4 | v4 = 2 |  | |
| Найдем оценки незадействованных маршрутов (cij - стоимость доставки). ?   |  |  | | --- | --- | | A1B3 : | Δ13 = c13 - ( u1 + v3 ) = 3 - ( 0 + 4 ) = -1 | | A1B4 : | Δ14 = c14 - ( u1 + v4 ) = 6 - ( 0 + 2 ) = 4 | | A2B1 : | Δ21 = c21 - ( u2 + v1 ) = 7 - ( -3 + 4 ) = 6 | | A2B4 : | Δ24 = c24 - ( u2 + v4 ) = 5 - ( -3 + 2 ) = 6 | | A3B1 : | Δ31 = c31 - ( u3 + v1 ) = 6 - ( 0 + 4 ) = 2 | | A3B2 : | Δ32 = c32 - ( u3 + v2 ) = 1 - ( 0 + 5 ) = -4 | | A4B1 : | Δ41 = c41 - ( u4 + v1 ) = 0 - ( -2 + 4 ) = -2 | | A4B2 : | Δ42 = c42 - ( u4 + v2 ) = 0 - ( -2 + 5 ) = -3 | | A4B3 : | Δ43 = c43 - ( u4 + v3 ) = 0 - ( -2 + 4 ) = -2 | | |

Есть отрицательные оценки. Следовательно, возможно получить новое решение, как минимум, не хуже имеющегося.

**ШАГ №1.**

Выберем ячейку A3B2, ее оценка отрицательная. ? Пожалуйста, поставьте курсор мыши в выбранную ячейку A3B2  
**Используя только горизонтальные и вертикальные перемещения курсора**, соедините непрерывной линией заполненные ячейки так, чтобы вернуться в исходную ячейку A3B2  
Ячейки, расположенные в вершинах построенной ломаной линии, образуют цикл для выбранной ячейки  
(см. выделенные ячейки в таблице ниже). Он единственный. Направление обхода не имеет значения.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **20**  4 | **10**  5 | 3 | 6 | 30 |
| A 2 | 7 | **5**  2 | **20**  1 | 5 | 25 |
| A 3 | 6 | -4  1 | **5**  4 | **15**  2 | 20 |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | **5**  0 | 5 |
| Потребность | 20 | 15 | 25 | 20 |  |

5 = min { 5, 5 } ?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **20**  4 | **10**  5 | 3 | 6 | 30 |
| A 2 | 7 | **5**  2 | **20**  1 | 5 | 25 |
| A 3 | 6 | -4  1 | **5**  4 | **15**  2 | 20 |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | **5**  0 | 5 |
| Потребность | 20 | 15 | 25 | 20 |  |

Данное преобразование не изменит баланса.  
А вот общая стоимость доставки продукции изменится на величину:  
1 \* 5 - 4 \* 5 + 1 \* 5 - 2 \* 5 = ( 1 - 4 + 1 - 2 ) \* 5 = -4 \* 5 ден. ед.  
**Вы правильно заметили, что -4 \* 5 = Δ32 \* 5** ?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **20**  4 | **10**  5 | 3 | 6 | 30 |
| A 2 | 7 | **5 - 5**  2 | **20 + 5**  1 | 5 | 25 |
| A 3 | 6 | **+5**  -4  1 | **5 - 5**  4 | **15**  2 | 20 |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | **5**  0 | 5 |
| Потребность | 20 | 15 | 25 | 20 |  |

Получили новое решение. ?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **20**  4 | **10**  5 | 3 | 6 | 30 |
| A 2 | 7 | **0**  2 | **25**  1 | 5 | 25 |
| A 3 | 6 | **5**  1 | 4 | **15**  2 | 20 |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | **5**  0 | 5 |
| Потребность | 20 | 15 | 25 | 20 |  |

Общую сумму доставки продукции, для данного решения, легко посчитать.

S = 210 + Δ32 \* 5 = 210 -4 \* 5 = 190 ден. ед.

Полученное решение является оптимальным?

Проверим.

Каждому поставщику A i ставим в соответствие некоторое число U i , называемое потенциалом поставщика.  
Каждому потребителю B j ставим в соответствие некоторое число V j , называемое потенциалом потребителя.

**Для задействованного маршрута:  
потенциал поставщика + потенциал потребителя = тариф задействованного маршрута.**  
Последовательно найдем значения потенциалов.  
Значение одного потенциала необходимо задать. Пусть u1 = 0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  | | --- | --- | --- | | A1B1 : | v1 + u1 = 4 | v1 = 4 - 0 = 4 | | A1B2 : | v2 + u1 = 5 | v2 = 5 - 0 = 5 | | A2B2 : | v2 + u2 = 2 | u2 = 2 - 5 = -3 | | A2B3 : | v3 + u2 = 1 | v3 = 1 - (-3) = 4 | | A3B2 : | v2 + u3 = 1 | u3 = 1 - 5 = -4 | | A3B4 : | v4 + u3 = 2 | v4 = 2 - (-4) = 6 | | A4B4 : | v4 + u4 = 0 | u4 = 0 - 6 = -6 |   [Подробнее о нахождении потенциалов](http://reshmat.ru/potential.html?sizeA=4&sizeB=4&plan11=20&plan12=10&plan13=-1&plan14=-1&plan21=-1&plan22=0&plan23=25&plan24=-1&plan31=-1&plan32=5&plan33=-1&plan34=15&plan41=-1&plan42=-1&plan43=-1&plan44=5&c11=4&c12=5&c13=3&c14=6&c21=7&c22=2&c23=1&c24=5&c31=6&c32=1&c33=4&c34=2&c41=0&c42=0&c43=0&c44=0) | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Поставщик | Потребитель | | | | U | | B 1 | B 2 | B 3 | B 4 | | A 1 | **20**  4 | **10**  5 | 3 | 6 | u1 = 0 | | A 2 | 7 | **0**  2 | **25**  1 | 5 | u2 = -3 | | A 3 | 6 | **5**  1 | 4 | **15**  2 | u3 = -4 | | A 4 | 0 | 0 | 0 | **5**  0 | u4 = -6 | | V | v1 = 4 | v2 = 5 | v3 = 4 | v4 = 6 |  | |
| Найдем оценки незадействованных маршрутов (cij - стоимость доставки). ?   |  |  | | --- | --- | | A1B3 : | Δ13 = c13 - ( u1 + v3 ) = 3 - ( 0 + 4 ) = -1 | | A1B4 : | Δ14 = c14 - ( u1 + v4 ) = 6 - ( 0 + 6 ) = 0 | | A2B1 : | Δ21 = c21 - ( u2 + v1 ) = 7 - ( -3 + 4 ) = 6 | | A2B4 : | Δ24 = c24 - ( u2 + v4 ) = 5 - ( -3 + 6 ) = 2 | | A3B1 : | Δ31 = c31 - ( u3 + v1 ) = 6 - ( -4 + 4 ) = 6 | | A3B3 : | Δ33 = c33 - ( u3 + v3 ) = 4 - ( -4 + 4 ) = 4 | | A4B1 : | Δ41 = c41 - ( u4 + v1 ) = 0 - ( -6 + 4 ) = 2 | | A4B2 : | Δ42 = c42 - ( u4 + v2 ) = 0 - ( -6 + 5 ) = 1 | | A4B3 : | Δ43 = c43 - ( u4 + v3 ) = 0 - ( -6 + 4 ) = 2 | | |

Есть отрицательная оценка. Следовательно, возможно получить новое решение, как минимум, не хуже имеющегося.

**ШАГ №2.**

Выберем ячейку A1B3, ее оценка отрицательная. Пожалуйста, поставьте курсор мыши в выбранную ячейку A1B3  
**Используя только горизонтальные и вертикальные перемещения курсора**, соедините непрерывной линией заполненные ячейки так, чтобы вернуться в исходную ячейку A1B3  
Ячейки, расположенные в вершинах построенной ломаной линии, образуют цикл для выбранной ячейки  
(см. выделенные ячейки в таблице ниже). Он единственный. Направление обхода не имеет значения.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **20**  4 | **10**  5 | -1  3 | 6 | 30 |
| A 2 | 7 | **0**  2 | **25**  1 | 5 | 25 |
| A 3 | 6 | **5**  1 | 4 | **15**  2 | 20 |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | **5**  0 | 5 |
| Потребность | 20 | 15 | 25 | 20 |  |

10 = min { 10, 25 } ?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **20**  4 | **10**  5 | -1  3 | 6 | 30 |
| A 2 | 7 | **0**  2 | **25**  1 | 5 | 25 |
| A 3 | 6 | **5**  1 | 4 | **15**  2 | 20 |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | **5**  0 | 5 |
| Потребность | 20 | 15 | 25 | 20 |  |

Данное преобразование не изменит баланса.  
А вот общая стоимость доставки продукции изменится на величину:  
3 \* 10 - 5 \* 10 + 2 \* 10 - 1 \* 10 = ( 3 - 5 + 2 - 1 ) \* 10 = -1 \* 10 ден. ед.  
**Вы правильно заметили, что -1 \* 10 = Δ13 \* 10** ?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **20**  4 | **10 - 10**  5 | **+10**  -1  3 | 6 | 30 |
| A 2 | 7 | **0 + 10**  2 | **25 - 10**  1 | 5 | 25 |
| A 3 | 6 | **5**  1 | 4 | **15**  2 | 20 |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | **5**  0 | 5 |
| Потребность | 20 | 15 | 25 | 20 |  |

Получили новое решение. ?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 |
| A 1 | **20**  4 | 5 | **10**  3 | 6 | 30 |
| A 2 | 7 | **10**  2 | **15**  1 | 5 | 25 |
| A 3 | 6 | **5**  1 | 4 | **15**  2 | 20 |
| A 4 | 0 | 0 | 0 | **5**  0 | 5 |
| Потребность | 20 | 15 | 25 | 20 |  |

Общую сумму доставки продукции, для данного решения, легко посчитать.

S = 190 + Δ13 \* 10 = 190 -1 \* 10 = 180 ден. ед.

Полученное решение является оптимальным?

Проверим.

Каждому поставщику A i ставим в соответствие некоторое число U i , называемое потенциалом поставщика.  
Каждому потребителю B j ставим в соответствие некоторое число V j , называемое потенциалом потребителя.

**Для задействованного маршрута:  
потенциал поставщика + потенциал потребителя = тариф задействованного маршрута.**  
Последовательно найдем значения потенциалов.  
Значение одного потенциала необходимо задать. Пусть u1 = 0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  | | --- | --- | --- | | A1B1 : | v1 + u1 = 4 | v1 = 4 - 0 = 4 | | A1B3 : | v3 + u1 = 3 | v3 = 3 - 0 = 3 | | A2B3 : | v3 + u2 = 1 | u2 = 1 - 3 = -2 | | A2B2 : | v2 + u2 = 2 | v2 = 2 - (-2) = 4 | | A3B2 : | v2 + u3 = 1 | u3 = 1 - 4 = -3 | | A3B4 : | v4 + u3 = 2 | v4 = 2 - (-3) = 5 | | A4B4 : | v4 + u4 = 0 | u4 = 0 - 5 = -5 |   [Подробнее о нахождении потенциалов](http://reshmat.ru/potential.html?sizeA=4&sizeB=4&plan11=20&plan12=-1&plan13=10&plan14=-1&plan21=-1&plan22=10&plan23=15&plan24=-1&plan31=-1&plan32=5&plan33=-1&plan34=15&plan41=-1&plan42=-1&plan43=-1&plan44=5&c11=4&c12=5&c13=3&c14=6&c21=7&c22=2&c23=1&c24=5&c31=6&c32=1&c33=4&c34=2&c41=0&c42=0&c43=0&c44=0) | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Поставщик | Потребитель | | | | U | | B 1 | B 2 | B 3 | B 4 | | A 1 | **20**  4 | 5 | **10**  3 | 6 | u1 = 0 | | A 2 | 7 | **10**  2 | **15**  1 | 5 | u2 = -2 | | A 3 | 6 | **5**  1 | 4 | **15**  2 | u3 = -3 | | A 4 | 0 | 0 | 0 | **5**  0 | u4 = -5 | | V | v1 = 4 | v2 = 4 | v3 = 3 | v4 = 5 |  | |
| Найдем оценки незадействованных маршрутов (cij - стоимость доставки). ?   |  |  | | --- | --- | | A1B2 : | Δ12 = c12 - ( u1 + v2 ) = 5 - ( 0 + 4 ) = 1 | | A1B4 : | Δ14 = c14 - ( u1 + v4 ) = 6 - ( 0 + 5 ) = 1 | | A2B1 : | Δ21 = c21 - ( u2 + v1 ) = 7 - ( -2 + 4 ) = 5 | | A2B4 : | Δ24 = c24 - ( u2 + v4 ) = 5 - ( -2 + 5 ) = 2 | | A3B1 : | Δ31 = c31 - ( u3 + v1 ) = 6 - ( -3 + 4 ) = 5 | | A3B3 : | Δ33 = c33 - ( u3 + v3 ) = 4 - ( -3 + 3 ) = 4 | | A4B1 : | Δ41 = c41 - ( u4 + v1 ) = 0 - ( -5 + 4 ) = 1 | | A4B2 : | Δ42 = c42 - ( u4 + v2 ) = 0 - ( -5 + 4 ) = 1 | | A4B3 : | Δ43 = c43 - ( u4 + v3 ) = 0 - ( -5 + 3 ) = 2 | | |

Нет отрицательных оценок. Следовательно, уменьшить общую стоимость доставки продукции невозможно.

**Ответ:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X опт = | Знак матрицы | 20 | 0 | 10 | 0 | Знак матрицы |  |
| 0 | 10 | 15 | 0 |
| 0 | 5 | 0 | 15 |
| 0 | 0 | 0 | 5 |

Smin = 180 ден. ед.